

И. И. Гончар, М. В. Чушнякова, Н. А. Хмырова
ИЕРАРХИЯ ФИЗИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ
В КУРСЕ ОБЩЕЙ ФИЗИКИ В ТЕХНИЧЕСКОМ ВУЗЕ

Для количественного описания любого физического явления необходимо привлекать физические и математические модели. Главным содержанием настоящей статьи является обсуждение некоторых из этих моделей, используемых при преподавании курса общей физики в технических высших учебных заведениях Российской Федерации. Мы также пытаемся установить иерархическую структуру этих моделей. Оказалось, что можно выделить несколько типов моделей: 1) модели первого уровня (базовые модели, которые не требуют для своей формулировки никаких других моделей); 2) двухуровневые модели, которые включают в себя несколько моделей первого уровня; 3) модели третьего уровня, которые обобщают несколько двухуровневых моделей. В качестве моделей первого уровня выделены материальная точка, нерастяжимая невесомая нить, абсолютно твёрдое тело, идеальная сфера, ньютоновская жидкость. В качестве примеров физических явлений, для количественного описания которых необходимы двухуровневые модели, выступают колебания математического, физического и пружинного маятников, колебания стрелки компаса, броуновское движение микрочастиц в жидкости. В качестве примеров моделей третьего уровня рассмотрены гармонический осциллятор и диффузионная модель, опирающаяся на уравнения Ланжевена. Приведены примеры использования моделей третьего уровня для описания физических явлений совершенно различной природы и различной пространственной протяжённости. Знание моделей третьего уровня с ориентацией на будущую специальность/специализацию поможет будущим бакалаврам техники и технологии успешно использовать знания, полученные при изучении курса общей физики. Полученные компетенции пригодятся при изучении специальных дисциплин, а также в их будущей практической деятельности.

Ключевые слова: преподавание физики в ВТУЗе, физические модели, иерархия моделей, гармонический осциллятор, ньютоновская жидкость.

Введение Усиление ориентации высшего образования на промышленность и инновации объявлено одной из целей национального проекта «Образование» [12]. Для достижения этой цели необходимо приблизить преподавание физики в технических ВУЗах (да, возможно, и в классических университетах) к физической реальности, окружающей студента. Однако зачастую от многих коллег приходится слышать: «Да мы же преподаём только модели!» Дело доходит до того, что общеизвестное и общепризнанное строение атома (в центре – ядро, на орбиталях – электроны) объявляется «планетарной моделью».

Тут важно отметить, что преподавание физики является, в основном, вербальным (в отличие от преподавания физкультуры или изобразительного искусства). Эта особенность предъявляет повышенные требования к терминологии. Однако система физических терминов удручает своей неупорядоченностью. Вот, например, термин «уравнение Шрёдингера» означает один из важнейших физических законов, а термин «уравнения движения» – скорее математические уравнения, описывающие изменение состояния системы во времени. Термин «волна» вообще используется в физике в трёх разных смыслах [5]: как физическое явление, как модель и как базовое понятие.

Пытаясь навести некоторый порядок в терминологии при преподавании физики в техническом ВУЗе, мы предприняли попытку разработать концепцию «физических частей речи»: лексических единиц (классов понятий), с которыми

сталкивается студент бакалавриата [6], [7] и [8]. На сегодняшний день нам удалось выделить 12 физических частей речи: базовые идеи физики, базовые понятия физики, реальные природные объекты, технические устройства, физические явления, модели, физические величины, их размерности, их определения, физические законы, полезные частные формулы, физические постоянные.

Разумеется, в процессе преподавания общей физики реальные природные объекты, технические устройства и физические явления должны стоять на первом месте. Однако, чтобы получить какие-то количественные соотношения, необходимо использовать модели, то есть прибегать к некоторым приближениям. Например, модель «материальная точка» означает, что размер тела, движение которого изучается, пренебрежимо мал по сравнению со всеми остальными размерами в данной задаче. В настоящей работе мы концентрируем внимание на моделях при преподавании общей физики.

1. Модели первого уровня

К этим моделям относятся: *материальная точка, нерастяжимая невесомая нить, абсолютно твёрдое тело (АТТ), идеальная пружина* (то есть безмассовая пружина, подчиняющаяся закону Гука), *точечный электрический заряд, индуктивность, ёмкость, ЭДС*. Остановимся на тех терминах из этого списка, отнесение которых к моделям может вызывать сомнение. Дело здесь в том, что один и тот же термин при преподавании физики используется в разных смыслах. Например, термин «индуктивность» означает и физическую величину,

измеряемую в генри, и физическую модель: катушку, для которой можно пренебречь активным сопротивлением и межвитковой электроёмкостью. Термин «электроёмкость» означает и физическую величину, измеряемую в фарадах, и физическую модель: конденсатор, для которого можно пренебречь сопротивлением утечки.

2. Двухуровневые модели

К двухуровневым мы будем относить модели, включающие в себя несколько моделей первого уровня.

2.1 Математический маятник

Рассмотрим в качестве первого примера двухуровневой модели маятник Фуко, который долгое время «работал» в Исаакиевском соборе Петербурга [10]. Разумеется, это реальное техническое устройство, а его колебания – это физическое явление. Наиболее подходящей моделью для выяснения закономерностей движения этого маятника видится модель, которая называется *математическим маятником* (ММ): материальная точка массы m , подвешенная в однородном

гравитационном поле с напряжённостью \vec{g} на нерастяжимой невесомой нити длиной l и совершающая малые колебания в фиксированной вертикальной плоскости (разумеется, мы отвлекаемся здесь от поворота плоскости колебаний вследствие вращения Земли). Все описание этой модели пока словесное. Далее общеизвестным способом мы приходим к формуле для энергии ММ W как функции угла отклонения φ и его производной по времени $\dot{\varphi}$:

$$W(\dot{\varphi}, \varphi) = \frac{ml^2\dot{\varphi}^2}{2} + \frac{mgl\varphi^2}{2} \quad (1)$$

Заметим, что сюда вошли три модели первого уровня: материальная точка, нерастяжимая невесомая нить и однородное гравитационное поле, – а сам ММ тогда является двухуровневой моделью.

В таблице 1 приведены основные характеристики колебательных систем, которые относятся к двухуровневым моделям такие как собственная частота колебаний, период колебаний, полная энергия, а также дифференциальное уравнение и его решения.

Таблица 1

Двухуровневые колебательные системы.

	Пружинный маятник	Математический маятник	Физический маятник	Колебательный контур
Динамическое дифференциальное уравнение (ДУ)	$m\ddot{x} + kx = 0$	$l\ddot{\varphi} + g\varphi = 0$	$I\ddot{\varphi} + mgl_{\text{пп}}\varphi = 0$	$L\ddot{q} + \frac{q}{C} = 0$
Решение ДУ	$x(t) = x_m \cos(\omega_0 t + \alpha_0)$	$\varphi(t) = \varphi_m \cos(\omega_0 t + \alpha_0)$	$\varphi(t) = \varphi_m \cos(\omega_0 t + \alpha_0)$	$q(t) = q_m \cos(\omega_0 t + \alpha_0)$
Собственная частота колебаний	$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$	$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$	$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgl_{\text{пп}}}{I}}$	$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
Период колебаний	$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$	$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$	$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl_{\text{пп}}}}$	$T = 2\pi\sqrt{LC}$
Энергия маятника как функция обобщённой скорости и обобщённой координаты	$W = \frac{m\dot{x}^2}{2} + \frac{kx^2}{2}$	$W = \frac{ml^2\dot{\varphi}^2}{2} + \frac{mgl\varphi^2}{2}$	$W = \frac{I\dot{\varphi}^2}{2} + \frac{mgl_{\text{пп}}\varphi^2}{2}$	$W = \frac{L\dot{q}^2}{2} + \frac{q^2}{2C}$

2.2 Магнитный диполь в магнитном поле

Рассмотрим теперь другое физическое явление – *малые колебания стрелки компаса в магнитном поле Земли*. Это явление обычно не

рассматривается в стандартном курсе общей физики технического ВУЗа.

Горизонтальную составляющую магнитной индукции B_{Γ} можно считать однородной на длине

стрелки. Тогда потенциальная энергия взаимодействия стрелки с магнитным полем принимает вид [9]

$$W_p = -B_{\Gamma} p_m \cos \theta. \quad (2)$$

Здесь p_m – модуль магнитного дипольного момента стрелки, а θ – угол между векторами \vec{B}_{Γ} и \vec{p}_m . Чтобы получить удобное выражение для кинетической энергии, стрелку следует считать абсолютно твёрдым телом, которое совершает плоское вращение. Тогда кинетическая энергия принимает вид:

$$W_k = \frac{J_z \Omega_z^2}{2}. \quad (3)$$

Здесь J_z – центральный момент инерции стрелки относительно вертикальной оси z , а $\Omega_z = \dot{\theta}$ – проекция угловой скорости стрелки на эту ось.

С учётом того, что отклонения стрелки от положения равновесия малы, формула (2) принимает вид

$$W_p = -B_{\Gamma} p_m \left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right). \quad (4)$$

Отсчитывая потенциальную энергию от положения равновесия, приходим к следующему выражению для полной энергии нашей модели (у неё нет стандартного названия):

$$W(\dot{\theta}, \theta) = \frac{J_z \dot{\theta}^2}{2} + \frac{B_{\Gamma} p_m \theta^2}{2}. \quad (5)$$

Итак, рассматриваемая модель является двухуровневой, потому что включает в себя АТТ и однородное магнитное поле – модели первого уровня, – а также игнорирует диссипацию.

2.3 Броуновское движение

Третий пример двухуровневой модели – броуновское движение. Этот термин, по нашему мнению, в литературе используется в нескольких смыслах. Изначально это физическое явление – «самопроизвольное» хаотическое движение микрочастиц, взвешенных в воде. Рисунок, иллюстрирующий броуновское движение, был приведен на обложке школьного учебника физики [11], но никаких количественных соотношений в этом учебнике не было. Модель, позволяющая описать закономерности этого движения, была предложена независимо М. Смолуховским [1], А. Эйнштейном [18] и П. Ланжевеном [21] в начале 20-го века.

По существу, в работах Эйнштейна и Смолуховского (будем в дальнейшем называть этот подход теорией ЭС) был предложен выход из парадоксального положения: с классической точки зрения по мере уменьшения промежутка времени наблюдения за броуновской частицей (БЧ), ее скорость должна стремиться к бесконечности. Теория ЭС говорила, что 1) надо измерять длину отрезка, соединяющего два положения БЧ, разделенных

одним и тем же промежутком времени Δt ; 2) таких измерений надо производить много.

Реальное движение БЧ обычно является трёхмерным. Однако для упрощения выкладок будем считать, что БЧ движется только вдоль оси x вправо или влево. Тогда, согласно теории ЭС, среднеквадратичное значение длины отрезка Δl_x будет связано с Δt и коэффициентом диффузии БЧ в координатном пространстве, D_x , следующей формулой

$$\sqrt{\langle \Delta l_x^2 \rangle} = 2D_x \Delta t. \quad (6)$$

Промежуток времени Δt задает экспериментатор, однако D_x не является непосредственно наблюдаемой величиной. Теория ЭС дает соотношение (сегодня его называют соотношением Эйнштейна или флуктуационно-диссипативной теоремой), связывающее D_x с фрикционным параметром k_f и массой БЧ m :

$$D_x = \frac{k_B k_f}{m}. \quad (7)$$

Здесь k_B – постоянная Больцмана. Для сферической БЧ фрикционный параметр связан с ее радиусом R и динамической вязкостью жидкости η , в которой эта частица движется, формулой Стокса

$$k_f = 6\pi\eta R. \quad (8)$$

Разумеется, здесь уже задействованы модели первого уровня: 1) множество микроскопических частиц можно рассматривать как сферические частицы одинакового радиуса и одинаковой массы лишь с определенной погрешностью как в отношении их сферичности, так и в отношении фиксированного радиуса; 2) БЧ должна двигаться настолько медленно, что тормозящая сила, действующая на нее со стороны жидкости (сила вязкого трения), пропорциональна скорости, иными словами жидкость считается ньютоновской; 3) каждое следующее случайное воздействие не зависит от предыдущего. Тем не менее опыты Перрена [14], произведённые для БЧ разных диаметров (от 200 нм до 5 мкм) и с разными жидкостями, подтвердили правоту теории ЭС.

3 Модели третьего уровня

Мы видели, что двухуровневые модели включают в себя несколько моделей (приближений) первого уровня. Оказывается, что несколько двухуровневых моделей могут быть обобщены так, что получается модель более высокого – третьего – уровня.

3.1 Гармонический осциллятор

Если читатель вернётся к формулам (1) и (5), то он увидит, что они имеют одинаковую структуру. Такова же структура выражений для энергии электрического колебательного контура, пружинного маятника, физического маятника (см. таблицу 1) – это всё двухуровневые модели. Ясно, что можно

обобщить эти формулы следующим образом [2]:

$$W(\dot{\xi}, \xi) = \frac{\tilde{m}\dot{\xi}^2}{2} + \frac{\tilde{k}\xi^2}{2}, \quad (9)$$

где ξ – обобщенная координата осциллятора, $\dot{\xi}$ – его обобщенная скорость, \tilde{m} – обобщенная масса и \tilde{k} – обобщенная жёсткость. Формула (9) выражает собой энергию гармонического осциллятора (ГО), который выступает в качестве модели третьего уровня.

Дифференцируя формулу (9) по времени, получаем динамическое дифференциальное уравнение свободных незатухающих колебаний ГО

$$\tilde{m}\ddot{\xi} + \tilde{k}\xi = 0, \quad (10)$$

решение которого имеет вид

$$\xi(t) = \xi_m \cos(\omega_0 t + \alpha_0). \quad (11)$$

Здесь ξ_m – амплитуда колебаний ГО, α_0 – начальная фаза колебаний; обе эти величины определяются начальными условиями. Важнейшая характеристика любой колебательной системы – собственная частота ω_0 – выражается формулой

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\tilde{k}}{\tilde{m}}}. \quad (12)$$

Полезно от введения понятия ГО заключается в следующем. Если мы подозреваем, что изучаемая система совершает малые колебания, то нужно попытаться представить её энергию в виде (9). Если это оказывается возможным, то мы немедленно находим собственную частоту колебаний этой системы по формуле (12) и имеем готовую зависимость обобщенной координаты от времени (см. формулу (11)). Соответствие между характеристиками некоторых колебательных двухуровневых моделей и гармонического осциллятора видно из таблицы 1.

3.2 Диффузионная модель. Уравнения Ланжевена

Вскоре после появления теории Эйнштейна-Смолуховского, описывающей броуновское движение, П. Ланжевэн предложил соответствующее динамическое уравнение, которое получило его имя [3]:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -k_f \frac{dx}{dt} + f(t). \quad (13)$$

Здесь x – координата БЧ, $f(t)$ – случайная сила, действующая на неё со стороны жидкости, благодаря тепловым флуктуациям. Хотя формула (13) выглядит как обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка, это обманчивое впечатление. Дело в том, что благодаря последнему слагаемому, $x(t)$ является случайным процессом, а не обычной детерминированной функцией времени.

О случайной силе известно, что ее среднее значение по ансамблю реализаций равно нулю, а автокорреляционная функция является дельта-функцией:

$$\langle f(t) \rangle = 0; \quad \langle f(t_1)f(t_2) \rangle = 2D_x \delta(t_1 - t_2). \quad (14)$$

В 1940 году Г. А. Крамерс понял, что теорию ЭСЛ (будем теперь называть ее так, учитывая важнейший вклад Ланжевэна) можно применить для описания закономерностей теплового распада метастабильного состояния (ТРМС). Так двухуровневая модель превратилась в модель третьего уровня. В своей основополагающей работе [20] Крамерс указал, что его результаты могут быть применены для описания трех физических явлений, не имеющих отношения к классическому броуновскому движению: делению возбужденных атомных ядер [15], химическим реакциям диссоциации, процессу рацемизации [13]. В настоящее время теория Крамерса ТРМС применяется для описания множества физических явлений: от ядерных реакций [4] (типичный размер задачи $10 \text{ фм} = 10^{-14} \text{ м}$) до движения и взаимодействия белковых макромолекул [16] (типичный размер задачи $10 \text{ нм} = 10^{-8} \text{ м}$).

Теория Крамерса является квазистационарной, тогда как переходные процессы часто играют значимую роль в тех же физических явлениях. Разумеется, тогда на помощь приходят уравнения Ланжевэна, которые удобно моделировать с помощью компьютера [22], [17], [18].

Заключение

Настоящая работа является продолжением наших попыток упорядочить физическую терминологию, используемую в процессе преподавании курса общей физики в техническом ВУЗе. Здесь мы концентрируем своё внимание на моделях, используемых для описания физических явлений.

Разумеется, реальные природные объекты, технические устройства и физические явления в процессе преподавания следует ставить на первое место. Однако, получить какие-то количественные соотношения без использования моделей, то есть не прибегая к некоторым приближениям, невозможно.

Нам удалось выделить три типа моделей. Модели первого уровня (базовые модели) не требуют для своей формулировки никаких других моделей. Примерами таких моделей являются материальная точка, нерастяжимая невесомая нить, абсолютно твёрдое тело, идеальная сфера, ньютоновская жидкость, однородное поле.

Двухуровневые модели включают в себя несколько моделей первого уровня и служат для описания более или менее сложных физических явлений. В качестве примеров мы выделяем колебания математического и физического маятников, колебания стрелки компаса, броуновское движение микрочастиц в жидкости.

Модели третьего уровня обобщают несколько двухуровневых моделей и могут быть применены для описания физических явлений совершенно различной природы и различной пространственной протяжённости. В качестве примеров моделей третьего уровня мы рассматриваем гармонический осциллятор и диффузионную модель, опирающуюся на стохастические уравнения Ланжевена.

Нам представляется, что знание моделей третьего уровня поможет будущим бакалаврам техники и технологии успешно использовать приобретённые при изучении курса общей физики компетенции в процессе дальнейшего изучения специальных дисциплин, а также в их будущей практической деятельности.

Библиографический список

1. Анри, В. А. М. Ф. Смолуховский / В. А. Анри. — Текст : непосредственный // Успехи физических наук. — 1918. — Т. 1. С. 67-70.
2. Бердинская, Н. В. Колебания и волны: методические указания к решению задач / Н. В. Бердинская, И. И. Гончар. — Омск: Омская государственная академия путей сообщения. — 1997. — 32 с. — Текст : непосредственный.
3. Гардинер, К. В. Стохастические методы в естественных науках / К. В. Гардинер. — Москва : Мир, 1986. — С. 538. Текст : непосредственный.
4. Гончар, И. И. Ланжевенская флуктуационно-диссипативная динамика деления возбужденных атомных ядер / И. И. Гончар. — Текст : непосредственный // Физика элементарных частиц и атомного ядра. — 1995. — 26 (4) — С. 932.
5. Гончар, И. И. О преподавании раздела «Волны» в курсе общей физики в техническом вузе / И. И. Гончар, М. В. Чушнякова, Ю. М. Сосновский. — Текст : непосредственный // Вестник Сибирского института бизнеса и информационных технологий. — 2021. — 10 (2). — С. 11-15.
6. Гончар, И. И. Структурирование основных понятий в процессе преподавания общей физики: физические части речи / И. И. Гончар, М. В. Чушнякова, С. Н. Крохин, Н. А. Хмырова. — Текст : непосредственный // Омский научный вестник. — 2015. — 2(136). — С. 149-151.
7. Гончар, И. И. Физические части речи: вопросы изучения законов физики / И. И. Гончар, С. Н. Крохин, М. В. Чушнякова, Н. А. Хмырова. — Текст : непосредственный // Омский научный вестник. Серия Общество. История. Современность. — 2017. — 1. — С. 52-57.
8. Гончар, И. И. Физические части речи: физические величины / И. И. Гончар, М. В. Чушнякова, С. Н. Крохин, Н. А. Хмырова. — Текст : непосредственный // Омский научный вестник. Серия Общество. История. Современность. — 2015. — 1 (139). — С. 130-132.
9. Гончар, И. И. Электрические и магнитные свойства веществ: методические указания / И. И. Гончар, С.Н. Крохин, М. В. Чушнякова. — Омск : Омский государственный университет путей сообщения. — 2017. — 58 с. — Текст : непосредственный.
10. Лансберг, Г. С. Элементарный учебник физики: учебное пособие. Том 1. Механика. Теплота. Молекулярная физика / Г. С. Лансберг. — 12-е издание. — Москва : Физматлит, 2001. — 607 с. — Текст : непосредственный.
11. Мякишев, Г. Я. Физика 10 класс: учебник для общеобразовательных учреждений / Г. Я. Мякишев, Б. Б. Буховцев. — 3-е издание. — Москва: Просвещение, 1994. — 222 с. — Текст : непосредственный.
12. Национальный проект «Образование» // Официальный интернет-сайт министерства просвещения Российской Федерации — URL: <https://edu.gov.ru/national-project> (дата обращения (03.04.2021)). — Режим доступа: свободный. — Текст : электронный.
13. Общедоступная многоязычная универсальная интернет-энциклопедия: URL <https://ru.wikipedia.org> (дата обращения (03.04.2021)). — Режим доступа: свободный. — Текст : электронный.
14. Савельев, И. В. Курс физики в 3 Т. Т. 1. Механика. Молекулярная физика: учебное пособие для вузов / И. В. Савельев. — 6-е издание, стереотипное. — Москва : Лань. — 2021. — Текст : непосредственный.
15. Bohr, N. Mechanism of Nuclear Fission / N. Bohr, J. Wheeler. — Text : unmediated // *Physical Review Journals*. — 1939. — 56. — p. 426.
16. Chushnyakova, M. V. Average lifetimes of a metastable state at low barrier in the overdamped regime / M. V. Chushnyakova, I. I. Gotchar. — Text : unmediated // *Journal of Physics: Conference Series*. — 2021. — (1791) 012113. — P. 9.
17. Chushnyakova, M. V. Thermal decay of a metastable state: Influence of rescattering on the quasistationary dynamical rate / M. V. Chushnyakova, I. I. Gontchar. — Text : unmediated // *Physical Review E*. — 2018. — 97. — 032107. — P. 10.
18. Einstein, A 1905 Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen / A. Einstein. — Text : unmediated // *Ann. Phys.* — V. 322. — p. 549-560.
19. Fedorets, A. A. Suppression of the condensational growth of droplets of a levitating cluster using the modulation of the laser heating power / A. A. Fedorets, N. E. Aktaev, L. A. Dombrovsky. — Text : unmediated // *Interna-*

tional Journal of Heat and Mass Transfer. — 2018. — 127. — p. 660.

20. Kramers, H. A. Brownian motion in a field of force and the diffusion model of chemical reactions / H. A. Kramers. — Text : unmediated // Physica. — 1940. — V. 7. — p. 284-304.

21. Langevin, P. Sur la théorie du mouvement brownien / P. Langevin, C. R. Acad. — Text : unmediated // Sci. Paris. — 1908. — 146. — P. 530–533.

22. Usang, M. D. Correlated transitions in TKE and mass distributions of fission fragments described by 4-D Langevin equation / M. D. Usang, F. A. Ivanyuk, C. Ishizuka, S. Chiba. — Text : unmediated // Nature. Scientific Reports. — 2019. — 9. — 1525.

Сведения об авторах:

Гончар Игорь Иванович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Физика и химия» ФГБОУ ВО «Омский государственный университет путей сообщения» (644046, Российская Федерация, г. Омск, пр. Маркса, д. 35, e-mail: vigichar@hotmail.com)

Чушнякава Мария Владимировна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Физика» ФГБОУ ВО «Омский государственный технический университет (644050, Российская Федерация, г. Омск, пр. Мира, д. 11 e-mail: maria.chushnyakova@gmail.com)

Хмырова Наталья Анатольевна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Физика и химия» ФГБОУ ВО «Омский государственный университет путей сообщения» (644046, Россия, Омская область, город Омск, проспект Маркса, дом 35, e-mail: nata_ruban@mail.ru)

Статья поступила в редакцию 17.11.2021 г.